2019~2020学年天津河东区高二下学期期中数学试卷

一、选择题

1. 若复数$2-b\mathrm{i}(b\in\mathbf{R})$的实部与虚部之和为零，则$b$的值为（　）.

A. 2　　B. $\dfrac{2}{3}$　　C. $-\dfrac{2}{3}$　　D. -2

2. i为虚数单位，若复数$(1+m\mathrm{i})(1+\mathrm{i})$是纯虚数，则实数$m=$（　）.

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 0或1

3. 下列式子错误的是（　）.

A. $(\sin x)'=\cos x$　　B. $(\cos x)'=\sin x$　　C. $(2\ln x)'=\dfrac{2}{x}$　　D. $(\mathrm{e}^{-x})'=-\mathrm{e}^{-x}$

4. 设$f(x)=\ln(2x-1)$，若$f(x)$在x_0处的导数$f'(x_0)=1$，则x_0的值为（　）.

A. $\dfrac{\mathrm{e}+1}{2}$　　B. $\dfrac{3}{2}$　　C. 1　　D. $\dfrac{3}{4}$

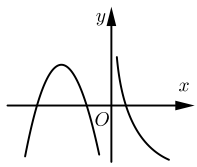
5. 若复数z满足$z(\mathrm{i}-1)=2\mathrm{i}$（i为虚数单位），则$z$为（　）.

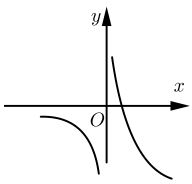
A. $1+\mathrm{i}$　　B. $1-\mathrm{i}$　　C. $-1+\mathrm{i}$　　D. $-1-\mathrm{i}$

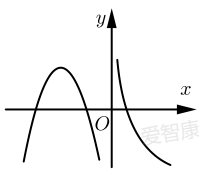
6. 复数$z=\dfrac{4+3\mathrm{i}}{\mathrm{i}}$，则$|z|=$（　）.

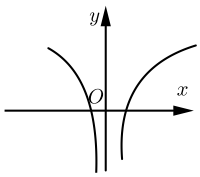
A. $\sqrt{5}$　　B. 4　　C. 5　　D. 25

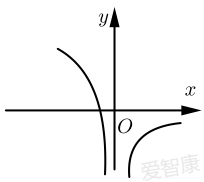
7. 设函数$f(x)$在定义域内可导，$y=f(x)$的图象如图所示，则导函数$y=f'(x)$的图象可能为（　）.



A.


B.


C.


D.


8. 已知函数$f(x)=f'\left(\frac{\pi}{6}\right)\sin x+\cos x$，则$f\left(\frac{\pi}{6}\right)$的值为（　）.

A. 1　　B. 2　　C. -2　　D. -1

9. 设$f(x)$是定义在$[-1,1]$上的可导函数，$f(0)=0$，且$f'(x)=2+x^2$，则不等式$f(a)+f(1-2a)>0$的解集为（　）.

A. $[0,1]$　　B. $[-1,1)$　　C. $(-1,1]$　　D. $[0,1)$

二、填空题

（本大题共6小题，每小题4分，共24分）

10. 已知i为虚数单位，则复数$\mathrm{i}^{2021}=$_____.

11. 设$z_1=-6-2\mathrm{i}$，$z_2=6-18\mathrm{i}$，其中i为虚数单位．若$z=z_1+z_2$，则z在复平面上对应点的坐标为_____.

12. 已知函数$y=\sin x$在区间$\left[0,\frac{\pi}{6}\right]$，$\left[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right]$上的平均变化率分别为，$k_1$，$k_2$，那么$k_1$，$k_2$的大小关系为_____.

13. 已知函数$f(x)=ae^x-x^2$有两个极值点，则实数a的取值范围是_____.

14. 过曲线$C:f(x)=\ln x+x^2$上点$(1,f(1))$处的切线方程为_____.

15. 若函数$f(x)=x(x-a)^2$在$x=2$处取得极小值，则$a=$_____.

三、解答题

（本大题共5小题，共40分）

16. 已知复数$z=\dfrac{a}{1+2\mathrm{i}}+\mathrm{i}$（i为虚数单位）.

（1）若$z\in\mathbf{R}$，求z.

（2）若z在复平面内对应的点位于第一象限，求a的取值范围.

17. 求下列函数的导数：

（1）$y = x^2 \log_2 (3x)$.

（2）$y = \dfrac{\cos (2x + 1)}{x}$.

18. 函数$f(x)=a\ln x-bx^2$上一点$P(2,f(2))$处的切线方程为$y=-3x+2\ln 2+2$，求a，b的值.

19. 已知函数$f(x)=\mathrm{e}^{x}-x^{2}-1$.

（1）若函数$g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$，$x\in(0,+\infty)$，求函数$g(x)$的单调区间.

（2）若不等式$f(x)+\dfrac{1}{2}(3x^{2}-2x-2k)\leqslant 0$有解，求$k$的取值范围.

20. 已知函数$f(x)=\ln x-\dfrac{a(x-1)}{x+2}$.

（1）若$a=4$，求函数$f(x)$的单调区间.

（2）若函数$f(x)$在区间$(0,1]$内单调递增，求实数a的取值范围.

（3）若x_1、$x_2\in\mathbf{R}^+$，且$x_1\leqslant x_2$，求证：$(\ln x_1-\ln x_2)(x_1+2x_2)\leqslant 3(x_1-x_2)$.